

# El Mètode Simplex: Guia Conceptual

*Àlgebra lineal i optimització pas a pas*

Generat per [Simplex Solver Pro](#)

## 1 1. La Forma Estàndard i la Base Matemàtica

Tot problema de Programació Lineal s'ha de portar a la seva forma estàndard abans d'aplicar l'algoritme. Matemàticament, busquem optimitzar  $\max Z = c^T x$  subjecte a  $Ax = b$  amb  $x \geq 0$ .

- **Restriccions  $\leq$ :** S'afegeix una *variable de folgança* ( $+s_i$ ). Representa el recurs no utilitzat.
- **Restriccions  $\geq$ :** Es resta una *variable d'excés* ( $-e_i$ ). Representa el superàvit sobre el requisit mínim.
- **Restriccions  $=$ :** S'introdueix una *variable artificial* ( $+a_i$ ) exclusivament per forçar una matriu identitat inicial i trobar una Solució Bàsica Factible (SBF).

## 2 2. L'Algoritme Base: Criteris de Pivotatge

El mètode Simplex es desplaça de vèrtex en vèrtex del políedre de solucions millorant la funció objectiu. Cada taula representa una SBF on les variables es divideixen en *Bàsiques* (formen la base  $B$ ) i *No Bàsiques* (valor zero).

### A. Criteri d'Entrada (Qui millora el model?)

Avaliem els costos reduïts, representats per la fila  $Z_j - C_j$ . Aquest valor indica el canvi net a la funció objectiu per cada unitat de la variable que entra a la base.

- **Maximització:** Entra la variable amb el  $Z_j - C_j$  **més negatiu**. La iteració s'atura (òptim) quan tots els  $Z_j - C_j \geq 0$ .
- **Minimització:** Entra la variable amb el  $Z_j - C_j$  **més positiu**. L'òptim s'assoleix quan tots els  $Z_j - C_j \leq 0$ .

### B. Criteri de Sortida (Test del Quocient Mínim)

Garanteix que la nova solució no surti de la regió factible (condició de no negativitat).

$$\theta = \min \left\{ \frac{\text{Terme Independent (RHS)}}{\text{Coeficient Columna Pivot}} \mid \text{Coeficient} > 0 \right\}$$

La variable de la fila guanyadora abandona la base. Si tots els coeficients són  $\leq 0$ , el problema és **No Acotat**.

### 3 3. Mètodes d'Arrencada (Variables Artificials)

Quan el problema original no proporciona una base identitat trivial, hem de forçar-ne una.

- **Mètode de la Gran M:** Penalitza les variables artificials a la funció objectiu amb un cost enorme ( $-M$  per max,  $+M$  per min). L'algoritme les expulsarà de la base ràpidament per evitar la penalització.
- **Mètode de les Dues Fases:**
  - *Fase I:* Minimitza exclusivament la suma de les variables artificials ( $W = \sum a_i$ ). Si el mínim és 0, tenim una SBF vàlida i les artificials desapareixen. Si és  $> 0$ , el problema és **Infactible**.
  - *Fase II:* Es recupera la funció objectiu original i s'optimitza partint de la base obtinguda a la Fase I.

### 4 4. Casos Especials (Anàlisi Post-Òptima i Geometria)

- **Degeneració:** Es produeix quan hi ha un empat a la prova del quocient mínim. Una variable bàsica pren el valor 0. Geomètricament, vol dir que hi ha restriccions redundants tallant-se al mateix vèrtex. Pot causar cicles infinits si no s'aplica la regla de Bland.
- **Òptims Múltiples:** A la taula òptima, una variable *no bàsica* té un cost reduït  $Z_j - C_j = 0$ . Entrar-la a la base canviarà la combinació de variables sense alterar el valor òptim de  $Z$ . La funció objectiu és paral·lela a una restricció.
- **Infactibilitat:** A la taula òptima de la Gran M (o al final de la Fase I), una variable artificial segueix estant a la base amb un valor  $> 0$ . El políedre està buit.

---

*Has de comprovar les teves taules o analitzar un cas degenerat?  
Introdueix la teva matriu i visualitza les iteracions pas a pas a:*  
[simplexsolverpro.com](http://simplexsolverpro.com)