El Método Simplex: Guía Conceptual

Álgebra lineal y optimización paso a paso

Generado por Simplex Solver Pro

1. 1. La Forma Estándar y la Base Matemática

Todo problema de Programación Lineal debe llevarse a su forma estándar antes de aplicar el algoritmo. Matemáticamente, buscamos optimizar $\max Z = c^T x$ sujeto a $Ax = b$ con $x \geq 0$.

- **Restricciones $\leq$:** Se añade una *variable de holgura* ($+s_i$). Representa el recurso no utilizado.
- **Restricciones $\geq$:** Se resta una *variable de exceso* ($-e_i$). Representa el superávit sobre el requisito mínimo.
- **Restricciones $=$:** Se introduce una *variable artificial* ($+a_i$) exclusivamente para forzar una matriz identidad inicial y encontrar una Solución Básica Factible (SBF).

2. 2. El Algoritmo Base: Criterios de Pivoteo

El método Simplex se desplaza de vértice en vértice del poliedro de soluciones mejorando la función objetivo. Cada tabla representa una SBF donde las variables se dividen en *Básicas* (forman la base B) y *No Básicas* (valor cero).

A. Criterio de Entrada (¿Quién mejora el modelo?)

Evaluamos los costes reducidos, representados por la fila $Z_j - C_j$. Este valor indica el cambio neto en la función objetivo por cada unidad de la variable que entra a la base.

- **Maximización:** Entra la variable con el $Z_j - C_j$ **más negativo**. La iteración se detiene (óptimo) cuando todos los $Z_j - C_j \geq 0$.
- **Minimización:** Entra la variable con el $Z_j - C_j$ **más positivo**. El óptimo se alcanza cuando todos los $Z_j - C_j \leq 0$.

B. Criterio de Salida (Test del Cociente Mínimo)

Garantiza que la nueva solución no salga de la región factible (condición de no negatividad).

$$\theta = \min \left\{ \frac{\text{Término Independiente (RHS)}}{\text{Coeficiente Columna Pivote}} \;\middle|\; \text{Coeficiente} > 0 \right\}$$

La variable de la fila ganadora abandona la base. Si todos los coeficientes son ≤ 0, el problema es **No Acotado**.

3. 3. Métodos de Arranque (Variables Artificiales)

Cuando el problema original no proporciona una base identidad trivial, debemos forzar una.

- **Método de la Gran M:** Penaliza las variables artificiales en la función objetivo con un coste enorme ($-M$ para max, $+M$ para min). El algoritmo las expulsará de la base rápidamente para evitar la penalización.
- **Método de las Dos Fases:**
  - *Fase I:* Minimiza exclusivamente la suma de las variables artificiales ($W = \sum a_i$). Si el mínimo es 0, tenemos una SBF válida y las artificiales desaparecen. Si es > 0, el problema es **Infactible**.
  - *Fase II:* Se recupera la función objetivo original y se optimiza partiendo de la base obtenida en la Fase I.

4. 4. Casos Especiales (Análisis Post-Óptimo y Geometría)

- **Degeneración:** Se produce cuando hay un empate en la prueba del cociente mínimo. Una variable básica toma el valor 0. Geométricamente, significa que hay restricciones redundantes cortándose en el mismo vértice. Puede causar ciclos infinitos si no se aplica la regla de Bland.
- **Óptimos Múltiples:** En la tabla óptima, una variable *no básica* tiene un coste reducido $Z_j - C_j = 0$. Entrarla a la base cambiará la combinación de variables sin alterar el valor óptimo de Z. La función objetivo es paralela a una restricción.
- **Infactibilidad:** En la tabla óptima de la Gran M (o al final de la Fase I), una variable artificial sigue estando en la base con un valor > 0. El poliedro está vacío.

¿Necesitas comprobar tus tablas o analizar un caso degenerado?
Introduce tu matriz y visualiza las iteraciones paso a paso en:
simplexsolverpro.com/es